

HỌC PHẦN CƠ HỌC XÂY DỰNG

PHẦN 1: CƠ HỌC LÝ THUYẾT

CHƯƠNG 2: CÁC HỆ LỰC VÀ ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG

2.1.1 Hợp hai lực đồng quy, quy tắc tam giác lực

a. Khái niệm hệ lực đồng quy.

- Hệ lực phẳng đồng quy là hệ gồm các lực có đường tác dụng cùng nằm trong một mặt phẳng và giao nhau tại một điểm.
 - Theo hệ quả: tác dụng của lực lên một vật rắn không đổi khi ta trượt lực đó trên đường tác dụng của nó.
- => Nên khi xét các lực đồng quy, ta trượt các lực đó về điểm đồng quy để thuận tiện tính toán.



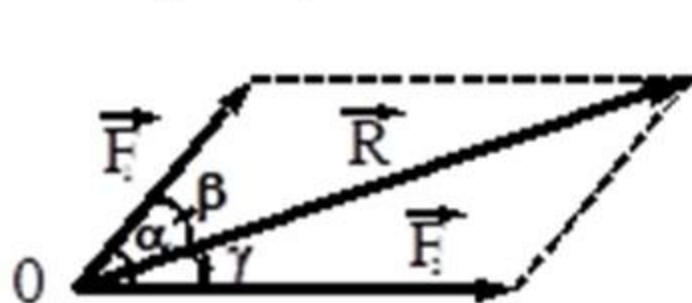
2.1.1 Hợp hai lực đồng quy, quy tắc tam giác lực

b. Quy tắc hình bình hành lực, quy tắc tam giác lực

- Giả sử cho 2 lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đồng quy tại O hợp với nhau góc α . Ta tìm được hợp lực đặt tại O và được xác định bởi đường chéo của hình bình có 2 cạnh $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

- Nếu có 2 lực đồng quy, ngoài quy tắc hình bình hành lực, ta có thể xác định hợp lực không cần vẽ cả hình bình hành mà chỉ cần vẽ tam giác lực.



2.1.1 Hợp hai lực đồng quy, quy tắc tam giác lực

b. Quy tắc hình bình hành lực, quy tắc tam giác lực

- Trị số hợp lực tính bằng công thức:

$$R = F_1^2 + F_2^2 - 2.F_1.F_2.\cos(\pi - \alpha)$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\Rightarrow R = F_1^2 + F_2^2 + 2.F_1.F_2.\cos \alpha$$

α : là góc hợp bởi $\vec{F}_1, \vec{F}_2$

- Về hướng: xác định hướng của $\vec{R}$ tức là xác định góc β và γ

$$\frac{F_1}{\sin \beta} = \frac{F_2}{\sin \gamma} = \frac{R}{\sin \alpha}$$



2.1.2 Hợp hệ lực đồng quy – Quy tắc đa giác lực.

- Hợp hệ lực đồng quy ta sẽ được hợp lực $\vec{R}$ đặt tại điểm đồng quy O và có dạng:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k$$

- Để xác định phương chiều và giá trị hợp lực $\vec{R}$ ta có thể dùng phương pháp vẽ hoặc chiếu hợp lực trên ba trục tọa độ vuông góc.



2.1.2 Hợp hệ lực đồng quy – Quy tắc đa giác lực.

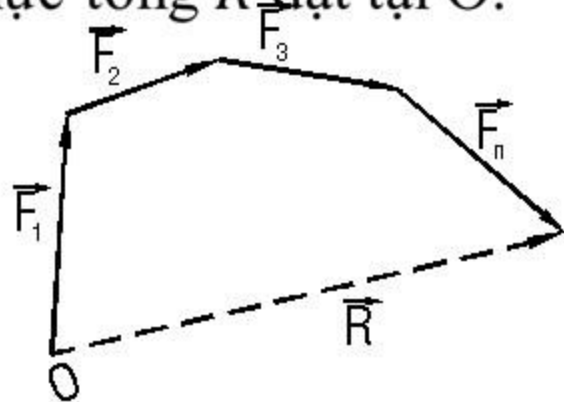
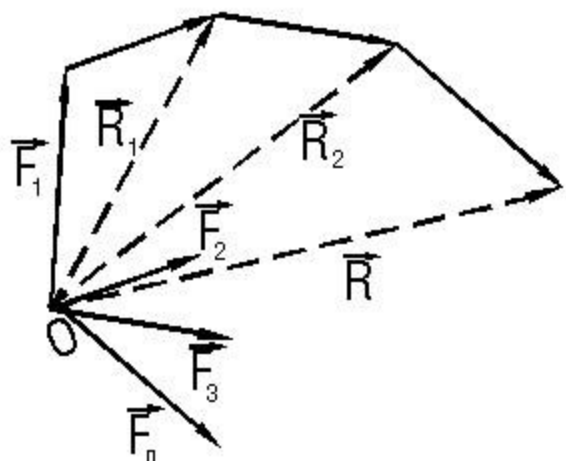
a. Xác định hợp lực bằng phương pháp hình học:

Giả sử cho hệ lực đồng quy tại O. Để tìm được hợp lực đặt tại O, ta thu lần lượt từng hai lực một: đầu tiên hợp hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ ta được hợp lực $\vec{R}_1$ đặt tại O; lại hợp $\vec{R}_1$ với $\vec{F}_3$ ta được lực $\vec{R}_2$ cứ thế cuối cùng ta sẽ được một hợp lực tổng $\vec{R}$ đặt tại O.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R}_1$$

$$\vec{R}_1 + \vec{F}_3 = \vec{R}_2$$

$$\vec{R}_2 + \vec{F}_n = \vec{R}$$



$$\vec{R} \equiv \sum \vec{F}_i \equiv (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n)$$



2.1.2 Hợp hệ lực đồng quy – Quy tắc đa giác lực.

a. Xác định hợp lực bằng phương pháp hình học:

Giả sử cho hệ lực đồng quy tại O. Để tìm được hợp lực đặt tại O, ta thu lần lượt từng hai lực một: đầu tiên hợp hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ ta được hợp lực $\vec{R}_1$ đặt tại O; lại hợp $\vec{R}_1$ với $\vec{F}_3$ ta được lực $\vec{R}_2$ cứ thế cuối cùng ta sẽ được một hợp lực tổng $\vec{R}$ đặt tại O.

R: là tổng hình học của các lực đã cho, được xác định bằng vector đóng kín đa giác lực.

** **Vậy:** Hợp lực $\vec{R}$ là lực có điểm đặt tại điểm đồng quy O và được xác định bằng vector đóng kín đa giác lực lập bởi các lực đồng quy đó cho.*



2.1.2 Hợp hệ lực đồng quy – Quy tắc đa giác lực.

** Hợp hệ lực phẳng đồng quy thì được một hợp lực. Hợp lực có điểm đặt tại điểm đồng quy, và được xác định bằng vectơ đóng kín đa giác lực hợp bởi các lực đồng quy đó.*



2.1.2 Hợp hệ lực đồng quy – Quy tắc đa giác lực.

b. Xác định hợp lực bằng phương pháp chiếu (PP giải tích).

GIẢI

-Tính hình chiếu của các lực lên trục Ox,Oy:

$$R_x = \Sigma X = F_x + P_x + Q_x + T_x = F.\cos 30^\circ + P.\cos 45^\circ - Q.\cos 30^\circ + 0$$

$$R_x = 70.\cos 30^\circ + 40.\cos 45^\circ - 50.\cos 30^\circ + 0 = 45,6 \text{ kN}$$

$$R_y = \Sigma Y = F_y + P_y + Q_y + T_y = F.\sin 30^\circ - P.\sin 45^\circ + Q.\sin 30^\circ - T$$

$$R_y = 70.\sin 30^\circ - 40.\sin 45^\circ + 50.\sin 30^\circ - 60 = -28,28 \text{ kN}$$

-Tính tổng hình chiếu theo phương x, y

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{45,6^2 + (-28,28)^2} = 53,7 \text{ kN}$$

$$\text{-Xác định hướng của R: } \begin{cases} \cos \alpha = \frac{R_x}{R} = \frac{45,6}{53,7} = 0,849 > 0 \\ \sin \alpha = \frac{R_y}{R} = \frac{-28,28}{53,7} = -0,527 < 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha = 31^\circ 53'$$

Ta thấy $\cos \alpha > 0$, $\sin \alpha < 0$ nên α nằm ở góc phần 4 thứ 4 của vòng tròn lượng giác và hợp với trục x góc $\alpha = 31^\circ 53'$



2.2. Điều kiện cân bằng của hợp lực đồng quy:

a. Điều kiện hình học:

- Điều kiện cần và đủ để một hệ lực đồng quy cân bằng là đa giác lực lập bởi các hệ tự đóng kín.

b. Điều kiện giải tích:

- Điều kiện cần và đủ để một hệ lực đồng quy cân bằng là tổng hình chiếu của các lực thuộc hệ lên các trục toạ độ đều bằng không.

$$\begin{cases} R_x = \sum_{i=1}^n X_i = 0 \\ R_y = \sum_{i=1}^n Y_i = 0 \end{cases}$$



2.3. Phương pháp giải bài toán tĩnh học:

1. Phân tích bài toán:

a. Chọn vật khảo sát:

Ta nên chọn vật có chứa *lực cần tìm* và quan niệm *cô lập vật khảo sát* với các vật xung quanh bằng cách *cắt bỏ các liên kết và thay vào bằng các phản lực liên kết*.

b. Đặt lực:

Ta xét xem trên vật khảo sát có những lực nào tác dụng nên xét từng tự các lực đã cho rồi đến những phản lực liên kết.

2. Giải bài toán:

- Lập điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng đồng quy.

↓- Giải tìm kết quả.

2.4. Hình chiếu của lực trên hai trục tọa độ:

2.4.1 Xác định hình chiếu khi biết lực:

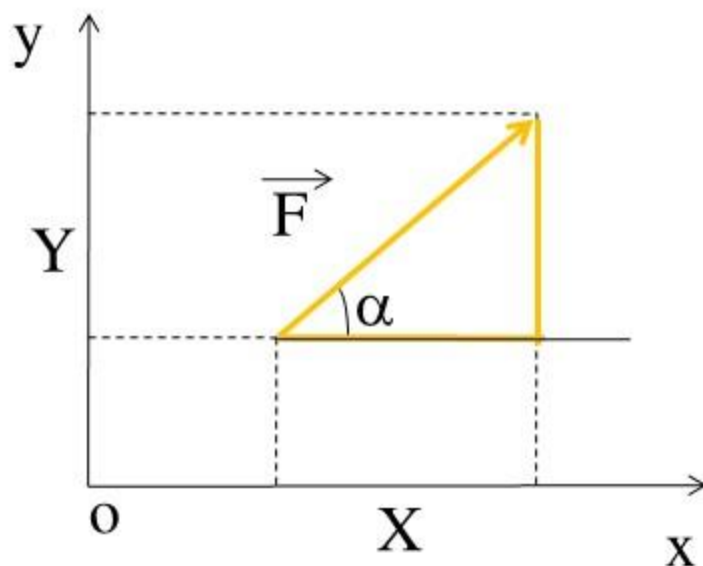
Giả sử lực $\vec{F}$ có đường tác dụng hợp với trục x một góc nhọn α như hình vẽ:

Gọi X và Y lần lượt là hình chiếu của lực $\vec{F}$ lên trục x và trục y ta có:

$$X = \pm F \cdot \cos \alpha$$

$$Y = \pm F \cdot \sin \alpha$$

α luôn luôn là góc nhọn hợp bởi phương của lực $\vec{F}$ và trục ox



Hình chiếu có dấu (+) khi đi từ điểm chiếu của gốc đến điểm chiếu của mút có chiều cùng chiều với chiều dương của trục và có dấu (-) trong trường hợp ngược lại.

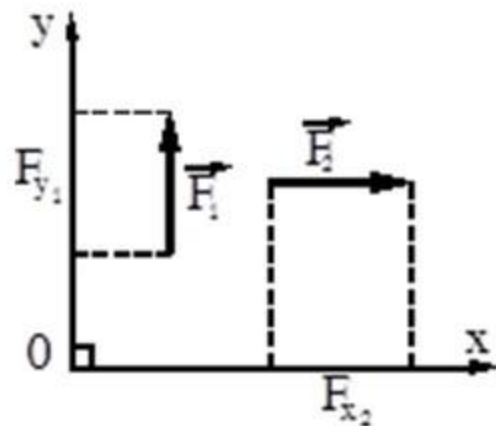
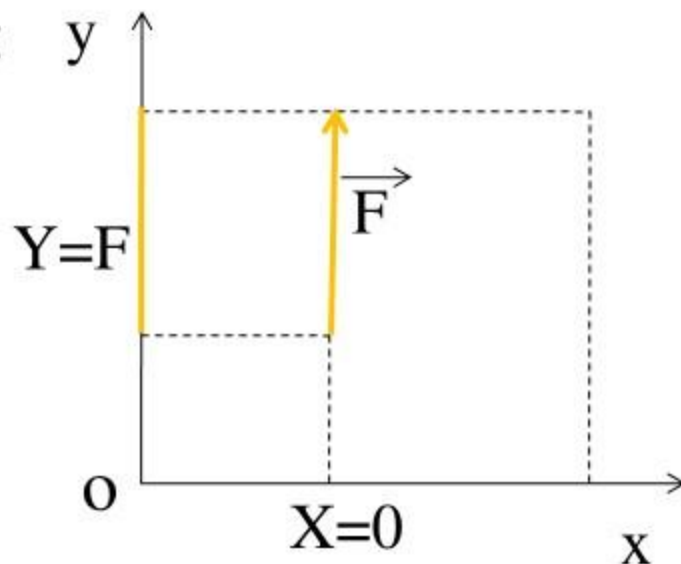


2.4. Hình chiếu của lực trên hai trục tọa độ:

2.4.1 Xác định hình chiếu khi biết lực:

Trường hợp đặc biệt:

- Nếu lực song song trục nào thì trị số hình chiếu của lực lên trục đó bằng trị số của lực.
- Nếu lực vuông góc với trục nào thì trị số hình chiếu của lực lên trục đó bằng 0.

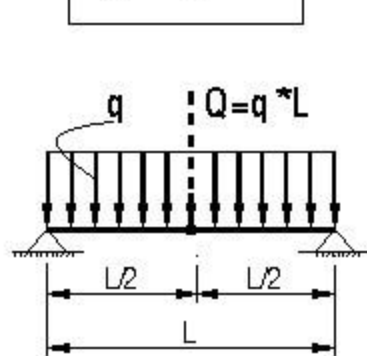


2.4. Hình chiếu của lực trên hai trục tọa độ:

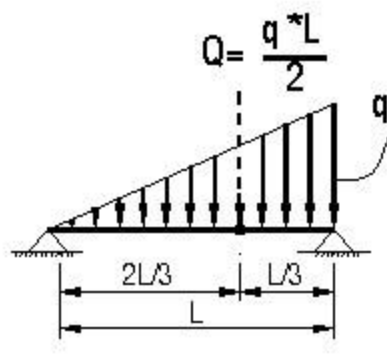
2.4.2 Hình chiếu của lực phân bố theo chiều dài:

- Trước khi chiếu ta phải quy đổi lực phân bố đều q thành lực tập trung Q cùng chiều với chiều của q và đặt tại trọng tâm của hình được tính:

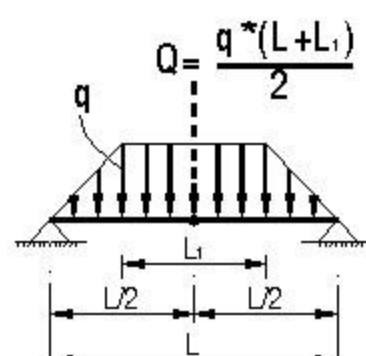
$$Q = q * l$$



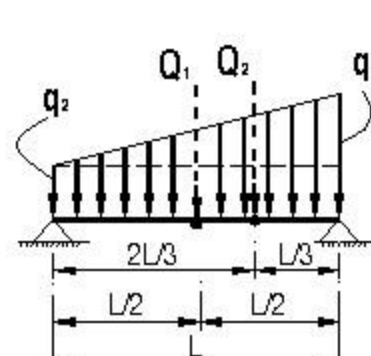
Phân bố đều
dạng chữ nhật



Phân bố đều
dạng tam giác



Phân bố đều
dạng hình thang



Phân bố đều
dạng hình thang

2.4.3 Hình chiếu của Momen tập trung:

- Hình chiếu của mômen tập trung lên bất kỳ trục nào cũng bằng 0.



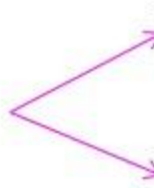
2.5. Véc tơ chính của hệ lực phẳng không đồng quy:

2.5.1 Véc tơ chính của hệ lực phẳng không đồng quy:

* Định nghĩa: “ Véc tơ chính của hệ lực phẳng ký hiệu $\vec{R}'$, là tổng hình học của các Véc tơ lực đã cho”

$$\vec{R}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k$$

Phương pháp để xác định véc tơ chính (véc tơ hợp lực) của hệ lực phẳng không đồng quy:

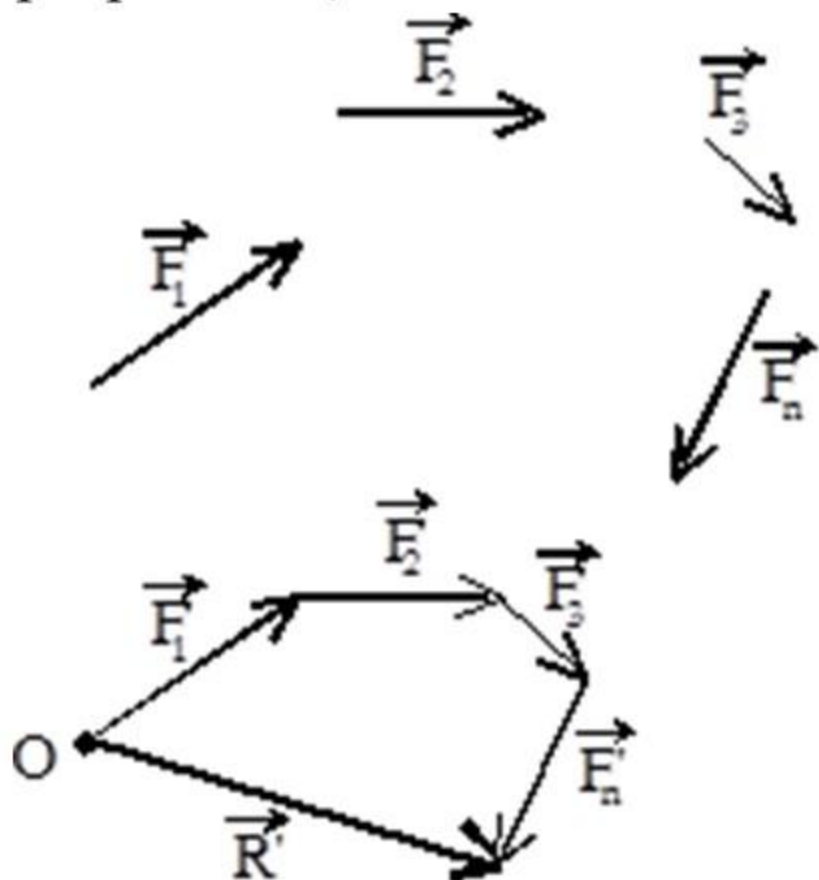
Có 2 phương pháp:  Phương pháp hình học
Phương pháp giải tích



2.5. Vectơ chính của hệ lực phẳng không đồng quy:

a. Xác định hợp lực bằng phương pháp hình học:

Cho hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots \dots, \vec{F}_n)$.
Lấy điểm O bất kỳ và vẽ nối tiếp nhau bắt đầu từ O các lực $\vec{F}_1 = \vec{F}_1'$, $\vec{F}_2 = \vec{F}_2'$, $\vec{F}_3 = \vec{F}_3'$, ..., $\vec{F}_n = \vec{F}_n'$. Nối O với đầu mút của $\vec{F}_n'$ ta thu được vectơ lực $\vec{R}'$. Đường nối các lực vẽ từ O được gọi là đa giác lực, cạnh nối từ O đến đầu mút của $\vec{F}_n'$ được gọi là cạnh đóng kín đa giác lực. Cạnh đóng kín đa giác lực được gọi là **vectơ chính** của hệ lực.



2.5. Vectơ chính của hệ lực phẳng không đồng quy:

b. Xác định hợp lực bằng phương pháp giải tích:

Gọi R'_x , R'_y là hình chiếu của vectơ chính $\vec{R}'$ lên trục tọa độ vuông góc Oxy.

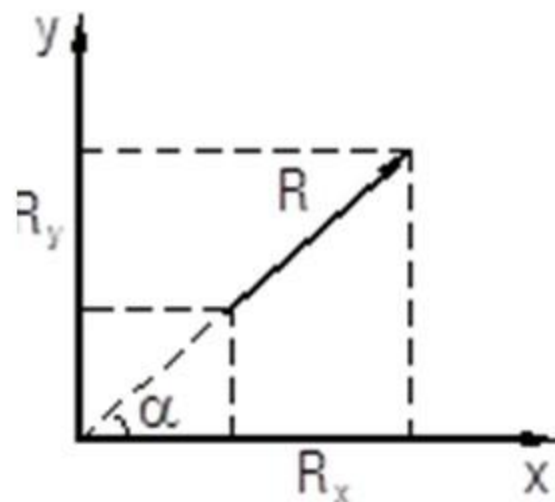
Theo định lý hình chiếu: “Hình chiếu của vectơ chính lên một trục tọa độ bằng tổng hình chiếu của các lực lên trục đó.”

Ta có:

$$R'_x = \sum X = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{kx}$$

$$R'_y = \sum Y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ky}$$

$\sum X$, $\sum Y$: tổng hình chiếu của các lực của hệ lên trục x,y.



* Vậy: Trị số của vectơ chính $R' = \sqrt{(R'_x)^2 + (R'_y)^2}$ (N, kN)



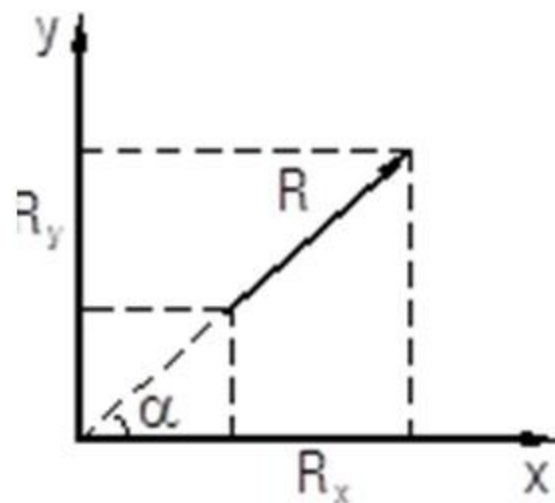
2.5. Vectơ chính của hệ lực phẳng không đồng quy:

b. Xác định hợp lực bằng phương pháp giải tích:

- Phương và chiều của vectơ chính R' được xác định:

$$\cos \alpha = \frac{R'_x}{R'} \quad \sin \alpha = \frac{R'_y}{R'}$$

Trong đó: α là góc hợp bởi $\vec{R}'$ với trục Ox.

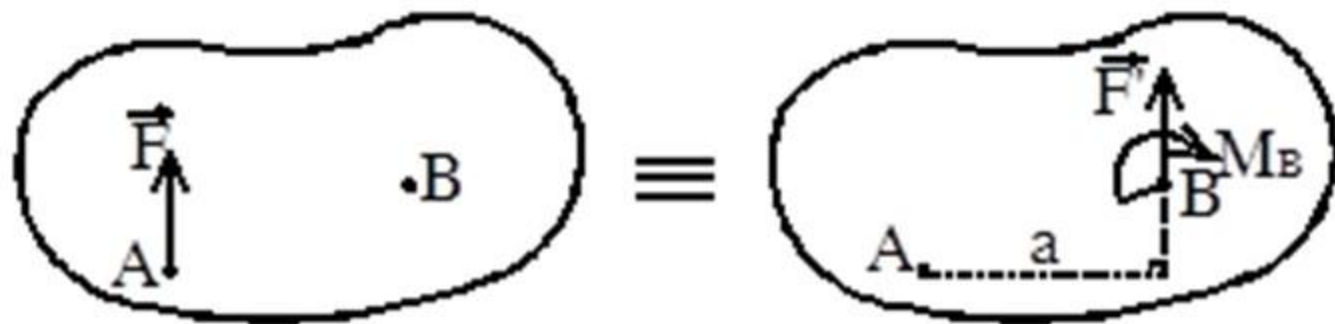


2.6. Thu gọn hệ lực phẳng

a. Định lý dời lực

* **Định lý thuận:** Khi dời song song một lực $\vec{F}$ từ A đến B ta thu được lực $\vec{F}'$ có trị số bằng trị số của lực F và một mômen quay M_B cùng chiều với chiều quay của $\vec{F}$ quanh B và có giá trị bằng lực F nhân với khoảng cách AB.

$$\begin{cases} F = F' \\ M_B = \pm F \times AB \end{cases}$$



2.6. Thu gọn hệ lực phẳng

a. Định lý dời lực

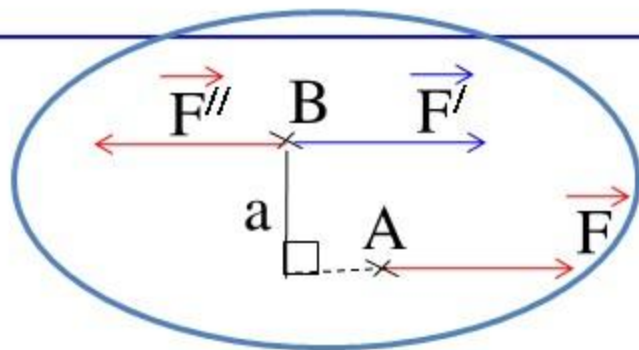
Chứng minh:

+ Đặt vào điểm B bất kỳ hai lực $\vec{F}'$ và $\vec{F}''$ cân bằng, sao cho $\vec{F}', \vec{F}'' // \vec{F}$ và $F' = F'' = F$

+ Theo nguyên lý về thêm và bớt các lực cân bằng ta có: $\vec{F} \equiv (\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}'') \sim [\vec{F}' \text{ và ngẫu lực } (\vec{F}, \vec{F}'')]$

+ $\vec{F}' // \vec{F}$, $\vec{F}'$ cùng chiều với $\vec{F}$, $F' = F \Rightarrow$ Lực $\vec{F}$ được dời song song từ A đến B.

+ $m_B(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{a} = m[\text{ngẫu lực } (\vec{F}, \vec{F}'')]$



2.6. Thu gọn hệ lực phẳng

b. Thu gọn một hệ lực phẳng bất kỳ

* Thu gọn một hệ lực phẳng bất kỳ về một tâm cho trước tương ứng với một véctơ chính $\vec{R}'$ và một mômen chính M_o :

+ Véctơ chính $\vec{R}'$:

- Trị số: $R' = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2}$

- Hướng:

Phương: R' hợp với trục x
một góc α có:

$$\cos \alpha = \frac{\sum X}{R'}$$

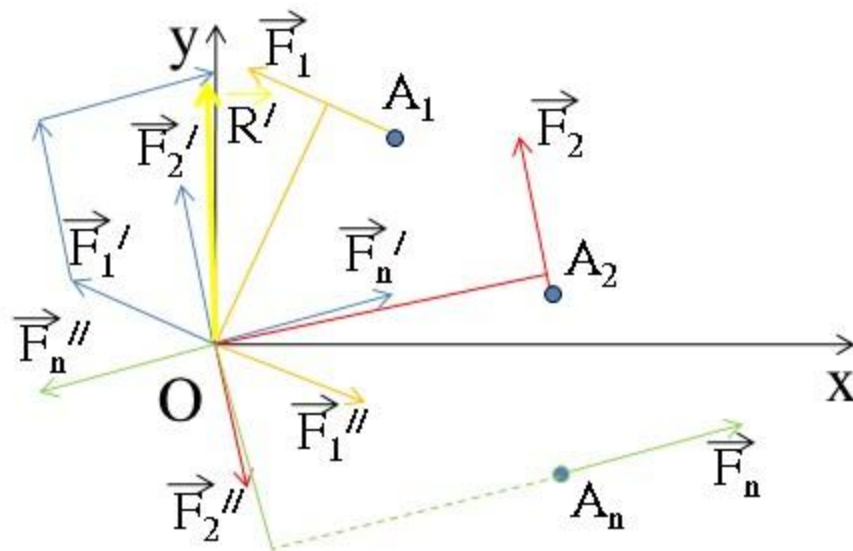
$$\sin \alpha = \frac{\sum Y}{R'}$$

Chiều: phụ thuộc vào dấu của $\sum X$ và $\sum Y$

+ Mô men chính M_o :

$$M_o = \sum_{i=1}^n m_o(\vec{F}_i)$$

+ điểm đặt tại O: Với O là tâm thu gọn



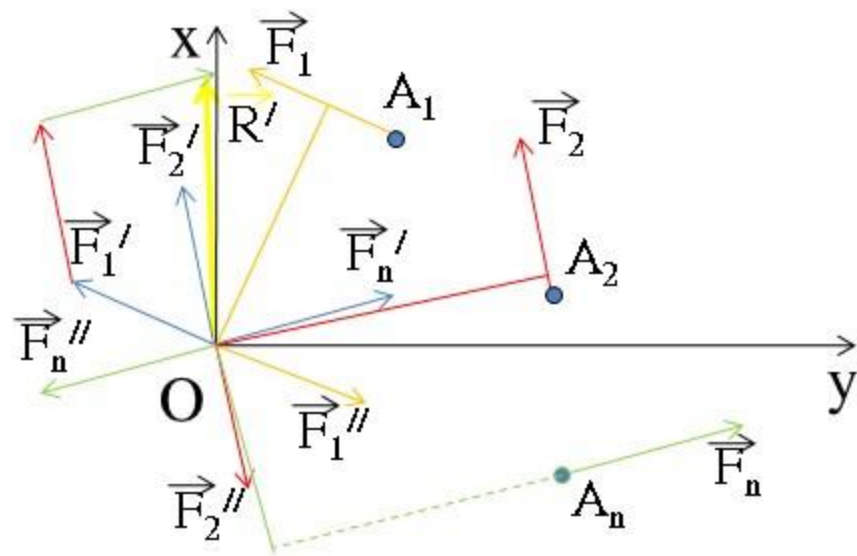
2.6. Thu gọn hệ lực phẳng

b. Thu gọn một hệ lực phẳng bất kỳ

* Tính chất của véc tơ chính và mômen chính

- Khi tâm thu gọn thay đổi thì véc tơ chính không đổi vì ta thực hiện phép dời lực song song nên phương, chiều và trị số của các lực thành phần không đổi.

- Mô men chính thì thay đổi theo tâm thu gọn vì cánh tay đòn của các ngẫu lực phụ thay đổi theo tâm thu gọn.



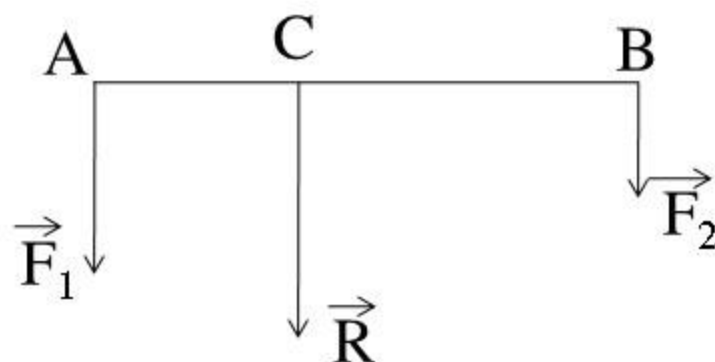
2.6. Thu gọn hệ lực phẳng

d. Thu gọn hệ lực phẳng song song

- Hợp hai lực phẳng song song cùng chiều

- Hợp hai lực phẳng song song cùng chiều là một lực có chiều cùng chiều với hai lực, có trị số bằng tổng trị số của hai lực và đặt tại điểm chia trong khoảng cách giữa đường tác dụng của hai lực đã cho thành hai đoạn tỷ lệ nghịch với trị số của hai lực ấy.

$\vec{R}$ | - Trị số: $R = F_1 + F_2$
- Hướng: Cùng phương, cùng chiều với $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$
- Điểm đặt tại C thỏa:



$$\frac{CA}{F_2} = \frac{CB}{F_1} = \frac{AB}{R}$$



2.6. Thu gọn hệ lực phẳng

d. Thu gọn hệ lực phẳng song song

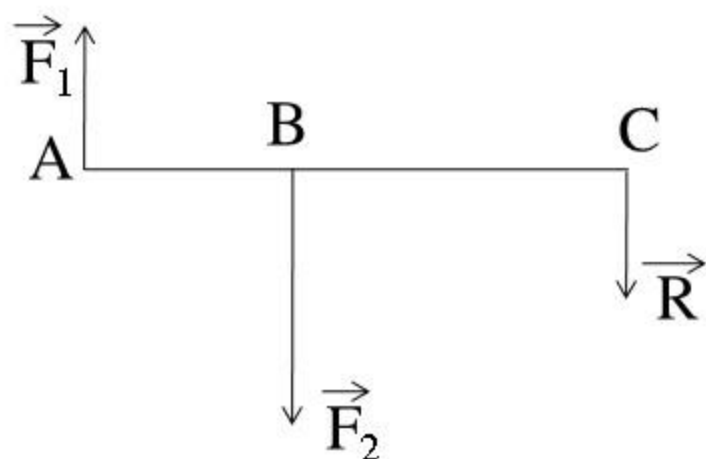
- Hợp hai lực phẳng song song ngược chiều

- Hợp hai lực phẳng song song ngược chiều không cùng trị số là một lực có chiều cùng chiều với lực có trị số lớn hơn, có trị số bằng hiệu trị số của hai lực và đặt tại điểm chia ngoài đường nối điểm đặt hai lực thành hai đoạn tỷ lệ nghịch với trị số của hai lực ấy.

→ R

- Trị số: $R = F_2 - F_1$
- Hướng: Cùng phương, cùng chiều với F_2
- Điểm đặt tại C thỏa:

$$\frac{AB}{R} = \frac{BC}{F_1} = \frac{AC}{F_2}$$



2.7. Định lý Varinhông:

- Nếu một hệ lực phẳng có hợp lực thì mômen của hợp lực đối với điểm bất kỳ nằm trong mặt phẳng chứa các lực bằng tổng đại số mômen của các lực thuộc hệ đối với điểm ấy.

$$m_o(\vec{R}) = \sum_{i=1}^n m_o(\vec{F}_i)$$



2.8 Điều kiện cân bằng

2.8.1. Điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng đồng quy

2.8.2. Điều kiện cân bằng của một hệ lực phẳng bất kỳ

2.8.3. Điều kiện cân bằng của hệ vật



2.8.1. Điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng đồng quy

2.8.1.1. Điều kiện hình học

Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng đồng quy cân bằng là đa giác lực phải đóng kín.

2.8.1.2. Điều kiện giải tích

Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng đồng quy cân bằng là tổng đại số hình chiếu các lực của hệ lực đó lên hai trục tọa độ bằng không.

$$\begin{array}{l} \sum X = 0 \\ \sum Y = 0 \end{array}$$



2.8.1.3. Định lý về ba lực không song song cân bằng

Nếu ba lực tác dụng lên một vật thể không song song cân bằng thì chúng sẽ đồng quy tại một điểm.



2.8.2. Điều kiện cân bằng của một hệ lực phẳng bất kỳ

a. Phương trình cân bằng cơ bản:(dạng 1)

Định lý: Điều kiện để hệ lực phẳng cân bằng là các lực có tổng hình chiếu trên các trục tọa độ và tổng mômen đối với một điểm O bất kỳ bằng 0:

$$\begin{cases} \sum X = 0 \\ \sum Y = 0 \\ \sum M_{(\bar{F})/O} = 0 \end{cases}$$



2.8.2. Điều kiện cân bằng của một hệ lực phẳng bất kỳ

b. Phương trình cân bằng dạng 2:

Định lý: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng đại số mômen của tất cả các lực đối với hai điểm A, B bất kỳ phải bằng không và tổng hình chiếu của tất cả các lực lên một trục (trục OX không vuông góc với AB) phải bằng 0:

$$\begin{cases} \sum X = 0 \\ \sum M_{(\vec{F})/B} = 0 \\ \sum M_{(\vec{F})/A} = 0 \end{cases}$$



2.8.2. Điều kiện cân bằng của một hệ lực phẳng bất kỳ

c. Phương trình cân bằng dạng 3:

Định lý: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là các lực có tổng mômen đối với ba điểm A, B, C không thẳng hàng bằng 0:

$$\begin{cases} \sum M_{(\vec{F})/A} = 0 \\ \sum M_{(\vec{F})/B} = 0 \\ \sum M_{(\vec{F})/C} = 0 \end{cases}$$



2.8.3 Bài toán hệ vật:

Hệ vật là hệ gồm nhiều vật liên kết với nhau.

1. Phương pháp tách vật:

- Sau khi tách vật tại vị trí liên kết thay bằng các phản lực liên kết. Ở vị trí liên kết, phản lực liên kết đặt ở hai vật có cùng trị số, cùng phương và ngược chiều nhau. Khi chưa tách vật, nếu coi lực này là lực liên kết thì lực kia sẽ là phản lực liên kết.
- Viết phương trình cân bằng cho từng vật sẽ tìm được phản lực liên kết.

2. Phương pháp hỗn hợp:

- Xem cả hệ hoặc một số vật nào đó thuộc hệ như một vật rắn cân bằng, sau đó tách riêng thêm một số vật rắn nào đó và viết phương trình cân bằng cho từng vật rắn đó và viết phương trình cân bằng cho từng vật rắn đó sẽ tìm được phản lực liên kết.

